

Спецификация

#	Название модуля	Заданий
1	РТ2 Математика 2.1.5	
1.1	16.1.1 Определение линейного пространства	1
1.2	16.1.2 Линейная зависимость и независимость системы векторов 16.1.3 Разложение по базису. Координаты вектора	1
1.3	16.1.4 Преобразование базиса и координат вектора	1
1.4	16.1.5 Линейные подпространства 16.1.6 Сумма и пересечение подпространств	1
1.5	16.2.1 Скалярное произведение	1
1.6	16.2.2 Матрица Грама	1
1.7	16.2.3 Метод ортогонализации Грама-Шмидта 16.2.4 Ортогональное проектирование вектора на подпространство	1
1.8	16.3.1 Линейные отображения и операции над ними	1
1.9	16.3.2 Матрица линейного оператора	1
1.10	16.3.3 Ядро и образ линейного оператора 16.3.4 Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису	1
1.11	16.3.5 Собственные векторы и собственные значения оператора 16.3.6 Приведение к жордановой форме матрицы оператора	1
1.12	16.3.7 Сопряженные и самосопряженные операторы	1
1.13	16.4.1 Матрица билинейной формы в заданном базисе 16.4.2 Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра	1
1.14	16.4.3 Приведение квадратичной формы к каноническому виду	1
Итого		14

№	Ответ	Вопрос
1	3	Линейным пространством относительно стандартных операций сложения многочленов и умножения многочлена на число является множество всех многочленов степени _____ от одной переменной с вещественными коэффициентами. 1) выше n 2) n 3) не выше n
2	2	Если $\lambda_1 \mathbf{a}_1 + \lambda_2 \mathbf{a}_2 + \dots + \lambda_k \mathbf{a}_k = \mathbf{0}$ для $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k \neq 0$, то система векторов 1) линейно независима 2) линейно зависима 3) является базисом
3	1	Определите координаты вектора $\mathbf{x}$ в базисе $\{\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2\}$, если $\mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + 4\mathbf{e}_2, \quad \mathbf{e}'_2 = -\mathbf{e}_1 + 5\mathbf{e}_2, \quad \mathbf{x} = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$ 1) $(1, -1)$ 2) $(11, -7)$ 3) $(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3})$
4	2	Вычислите размерность суммы и пересечения подпространств $M_1 = \mathcal{L}(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $M_2 = \mathcal{L}(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2)$, если $\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 1), \quad \mathbf{a}_2 = (1, -1, 1, -1), \quad \mathbf{a}_3 = (1, 3, 1, 3),$ $\mathbf{b}_1 = (1, 0, 1, 0), \quad \mathbf{b}_2 = (0, 2, 1, 1).$ 1) $\dim(M_1 + M_2) = 4, \quad \dim(M_1 \cap M_2) = 1$ 2) $\dim(M_1 + M_2) = 3, \quad \dim(M_1 \cap M_2) = 1$ 3) $\dim(M_1 + M_2) = 2, \quad \dim(M_1 \cap M_2) = 2$
5	2 4	Формулы, которые могут задавать скалярное произведение в линейном пространстве R^2 , если x_1, x_2 и y_1, y_2 – координаты векторов $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ в некотором базисе линейного пространства 1) $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = x_1 y_1 - 2x_1 y_2 + 3x_2 y_1 + 4x_2 y_2$ 3) $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = x_1 y_1 - 3x_1 y_2 - 3x_2 y_1$ 2) $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = x_1 y_1 + 5x_2 y_2$ 4) $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 2x_1 y_1 - 2x_1 y_2 - 2x_2 y_1 + 4x_2 y_2$
6	2	Вычислите матрицу Грама системы векторов $\mathbf{a}_1 = (3, -1), \quad \mathbf{a}_2 = (-1, 2)$ в вещественном евклидовом пространстве со скалярным произведением, заданным равенством $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = 2x_1 y_1 + x_2 y_1 + x_1 y_2 - x_2 y_2$ 1) $\begin{pmatrix} -10 & 4 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$
7	1	В вещественном арифметическом пространстве R^3 со стандартным скалярным произведением по данному базису постройте ортонормированный базис $\mathbf{a}_1 = (1, 0, -1), \quad \mathbf{a}_2 = (-3, 1, 0) \quad \mathbf{a}_3 = (1, 1, -1)$ 1) $\mathbf{b}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1), \quad \mathbf{b}_2 = \frac{1}{\sqrt{22}}(-3, 2, -3), \quad \mathbf{b}_3 = \frac{1}{\sqrt{11}}(1, 3, 1)$ 2) $\mathbf{b}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1), \quad \mathbf{b}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, -1), \quad \mathbf{b}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1, 2, 1)$ 3) $\mathbf{b}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1), \quad \mathbf{b}_2 = (0, 1, 0), \quad \mathbf{b}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 0, -1)$
8	1	$\mathcal{A}: L \rightarrow L$ называется линейным оператором, если выполняется условие 1) $\mathcal{A}(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) = \alpha_1 \mathcal{A}x_1 + \alpha_2 \mathcal{A}x_2$ 2) $\mathcal{A}(\alpha x) = \alpha \mathcal{A}x$ 3) $\mathcal{A}(x_1 + x_2) = \mathcal{A}x_1 + \mathcal{A}x_2$
9	2	В базисе $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ вычислите матрицу линейного оператора поворота относительно оси Ox на угол $\pi/2$ в положительном направлении 1) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

№	Ответ	Вопрос
10	1	Даны два базиса $\{e_1, e_2\}$ и $\{e'_1, e'_2\}$ линейного пространства и матрица A линейного оператора в базисе $\{e_1, e_2\}$. Вычислите матрицу этого оператора в базисе $\{e'_1, e'_2\}$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad e'_1 = 3e_1 - 2e_2, \quad e'_2 = 2e_1 - e_2.$ 1) $\begin{pmatrix} 27 & 14 \\ -41 & -21 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 14 & -21 \\ 27 & 14 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -41 & 21 \\ 27 & -14 \end{pmatrix}$
11	1	Собственные числа линейного оператора $\mathcal{A}$ находятся из условия 1) $\mathcal{A} - \lambda \mathcal{I} = 0$ 3) $\mathcal{A} - \lambda \mathcal{I} = 1$ 2) $\mathcal{A} - \lambda \mathcal{I} > 0$ 4) $\mathcal{A} - \lambda \mathcal{I} < 0$
12	2	Пусть A – матрица линейного оператора евклидова пространства в некотором базисе, G – матрица Грама этого базиса. Определите матрицу сопряженного оператора в том же базисе, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 1) $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$
13	2	Квадратичная форма $\mathcal{A}(x, x)$ от трех переменных с матрицей $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ является 1) отрицательно определенной 2) знакопеременной 3) положительно определенной
14	3	Указать канонический вид, к которому приводится данная квадратичная форма ортогонального преобразования $\mathcal{A}(x, x) = 25x_1^2 + 30x_1x_2 + 9x_2^2$ 1) $34y_1^2 + y_2^2$ 2) $-y_1^2 - 32y_2^2$ 3) $34y_1^2$