Спецификация

#	Название модуля	Заданий	Балл
1	РТ2 Математика 2.1.5		
1.1	16.1.1 Определение линейного пространства	1	1,00
1.2	16.1.2 Линейная зависимость и независимость системы векторов 16.1.3 Разложение по базису. Координаты вектора	1	1,00
1.3	16.1.4 Преобразование базиса и координат вектора	1	1,00
1.4	16.1.5 Линейные подпространства 16.1.6 Сумма и пересечение подпространств	1	1,00
1.5	16.2.1 Скалярное произведение	1	1,00
1.6	16.2.2 Матрица Грама	1	1,00
1.7	16.2.3 Метод ортогонализации Грама-Шмидта 16.2.4 Ортогональное проектирование вектора на подпространство	1	1,00
1.8	16.3.1 Линейные отображения и операции над ними	1	1,00
1.9	16.3.2 Матрица линейного оператора	1	1,00
1.10	16.3.3 Ядро и образ линейного оператора 16.3.4 Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису	1	1,00
1.11	16.3.5 Собственные векторы и собственные значения оператора 16.3.6 Приведение к жордановой форме матрицы оператора	1	1,00
1.12	16.3.7 Сопряженные и самосопряженные операторы	1	1,00
1.13	16.4.1 Матрица билинейной формы в заданном базисе 16.4.2 Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра	1	1,00
1.14	16.4.3 Приведение квадратичной формы к каноническому виду	1	1,00
	Итого	14	14,00

Центр обеспечения качества образования

ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

МОДУЛЬ: РТ2 МАТЕМАТИКА 2.1.5

№	Ответ	Вопрос
1	1	Линейным пространством относительно стандартных операций сложения многочленов и умножения многочлена на число является множество всех многочленов степени ______ от одной переменной с вещественными коэффициентами. 1) не выше n 2) выше n 3) n
2	2	Если $\lambda_1 \boldsymbol{a}_1 + \lambda_2 \boldsymbol{a}_2 + \ldots + \lambda_k \boldsymbol{a}_k = 0$ для $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \lambda_k \neq 0$, то система векторов 1) линейно независима 2) линейно зависима 3) является базисом
3	3	Определите координаты вектора $\boldsymbol{x}$ в базисе $\{\boldsymbol{e}'_1, \boldsymbol{e}'_2\}$, если $\boldsymbol{e}'_1 = \boldsymbol{e}_1 + 4\boldsymbol{e}_2, \quad \boldsymbol{e}'_2 = -\boldsymbol{e}_1 + 5\boldsymbol{e}_2, \quad \boldsymbol{x} = 2\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2$ 1) $\left(-\frac{1}{3}, \ -\frac{2}{3}\right)$ 2) $(11, \ -7)$ 3) $(1, \ -1)$
4	2	Вычислите размерность суммы и пересечения подпространств $M_1 = \mathcal{L}(\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3)$ и $M_2 = \mathcal{L}(\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2)$,если $\boldsymbol{a}_1 = (1,1,1,1), \quad \boldsymbol{a}_2 = (1,-1,1,-1), \quad \boldsymbol{a}_3 = (1,3,1,3),$ $\boldsymbol{b}_1 = (1,0,1,0), \quad \boldsymbol{b}_2 = (0,2,1,1).$ 1) $\dim(M_1 + M_2) = 4, \ \dim(M_1 \cap M_2) = 1$ 2) $\dim(M_1 + M_2) = 3, \ \dim(M_1 \cap M_2) = 1$ 3) $\dim(M_1 + M_2) = 2, \ \dim(M_1 \cap M_2) = 2$
5	1 3	Формулы, которые могут задавать скалярное произведение в линейном пространстве R^2, если $x_1, \ x_2$ и $y_1, \ y_2$ – координаты векторов $\boldsymbol{x}$ и $\boldsymbol{y}$ в некотором базисе линейного пространства 1) $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = x_1 y_1 + 5 x_2 y_2$ 3) $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = 2x_1 y_1 - 2x_1 y_2 - 2x_2 y_1 + 4x_2 y_2$ 2) $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = x_1 y_1 - 2x_1 y_2 + 3x_2 y_1 + 4x_2 y_2$ 4) $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = x_1 y_1 - 3x_1 y_2 - 3x_2 y_1$
6	2	Вычислите матрицу Грама системы векторов $\boldsymbol{a}_1 = (3, -1), \ \ \boldsymbol{a}_2 = (-1, 2)$ в вещественном евклидовом пространстве со скалярным произведением, заданным равенством $(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = 2x_1 y_1 + x_2 y_1 + x_1 y_2 - x_2 y_2$ 1) $\begin{pmatrix} -10 & 4 \\ 4 & 16 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 11 & 3 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -10 \end{pmatrix}$
7	1	В вещественном арифметическом пространстве R^3 со стандартным скалярным произведением по данному базису постройте ортонормированный базис $\boldsymbol{a}_1 = (1,0,-1), \quad \boldsymbol{a}_2 = (-3,1,0) \quad \boldsymbol{a}_3 = (1,1,-1)$ 1) $\boldsymbol{b}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1), \ \boldsymbol{b}_2 = \frac{1}{\sqrt{22}}(-3,2,-3), \ \boldsymbol{b}_3 = \frac{1}{\sqrt{11}}(1,3,1)$ 2) $\boldsymbol{b}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1), \ \boldsymbol{b}_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1,1,-1), \ \boldsymbol{b}_3 = \frac{1}{\sqrt{6}}(1,2,1)$ 3) $\boldsymbol{b}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1), \ \boldsymbol{b}_2 = (0,1,0), \ \boldsymbol{b}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1,0,-1)$
8	1	$\mathcal{A}: \ L \to L$ называется линейным оператором, если выполняется условие 1) $\mathcal{A}(\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2) = \alpha_1 \mathcal{A} x_1 + \alpha_2 \mathcal{A} x_2$ 2) $\mathcal{A}(\alpha x) = \alpha \mathcal{A} x$ 3) $\mathcal{A}(x_1 + x_2) = \mathcal{A} x_1 + \mathcal{A} x_2$
9	2	В базисе $\boldsymbol{i}, \ \ \boldsymbol{j}, \ \ \boldsymbol{k}$ вычислите матрицу линейного оператора поворота относительно оси Ox на угол $\pi/2$ в положительном направлении 1) $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

№	Ответ	Вопрос
10	2	Даны два базиса $\{e_1, e_2\}$ и $\{e'_1, e'_2\}$ линейного пространства и матрица A линейного оператора в базисе $\{e_1, e_2\}$. Вычислите матрицу этого оператора в базисе $\{e'_1, e'_2\}$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}, \quad e'_1 = 3e_1 - 2e_2, \quad e'_2 = 2e_1 - e_2.$ 1) $\begin{pmatrix} -41 & 21 \\ 27 & -14 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 27 & 14 \\ -41 & -21 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 14 & -21 \\ 27 & 14 \end{pmatrix}$
11	3	Собственные числа линейного оператора $\mathcal{A}$ находятся из условия 1) $\lvert\mathcal{A} - \lambda\mathcal{I}\rvert = 1$ 3) $\lvert\mathcal{A} - \lambda\mathcal{I}\rvert = 0$ 2) $\lvert\mathcal{A} - \lambda\mathcal{I}\rvert < 0$ 4) $\lvert\mathcal{A} - \lambda\mathcal{I}\rvert > 0$
12	3	Пусть A – матрица линейного оператора евклидова пространства в некотором базисе, G – матрица Грама этого базиса. Определите матрицу сопряженного оператора в том же базисе, если $A = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 1) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 7 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$
13	1	Квадратичная форма $\mathcal{A}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x})$ от трех переменных с матрицей $A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & -3 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ является 1) знакопеременной 2) отрицательно определенной 3) положительно определенной
14	3	Указать канонический вид, к которому приводится данная квадратичная форма ортогонального преобразования $\mathcal{A}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{x}) = 25x_1^2 + 30x_1x_2 + 9x_2^2$ 1) $-y_1^2 - 32y_2^2$ 2) $34y_1^2 + y_2^2$ 3) $34y_1^2$